<u>ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)</u>

ΕΠΑ.Λ.

(Νέο Σύστημα Εξετάσεων)

19 ΜΑΪΟΥ 2016

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία. Σχολικό βιβλίο σελ. 28

Α2. Θεωρία. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

Α3. **α.**→Σωστό **β.**→Λάθος **γ.**→Σωστό **δ.**→Σωστό **ε.**→Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	**Αριθμός υπαλλήλων** ν_i	**Αθροιστική Συχνότητα** N_i	**Σχετική Συχνότητα** $f_i\%$	$x_i\,\nu_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
ΣΥΝΟΛΑ	**20**	**–**	**100**	**40**

Β2. Η μέση τιμή είναι $\bar{x} = \dfrac{40}{20} = 2$

Β3. Το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες έχουν 15 υπάλληλοι.

Β4. Τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες έχει ποσοστό (10 + 20 + 25)% = 55% των υπαλλήλων.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Είναι:

$$f'(x) = \left(\frac{x}{x^2+1} + \frac{1}{2}\right)' = \left(\frac{x}{x^2+1}\right)' = \frac{x'(x^2+1) - x\,(x^2+1)'}{(x^2+1)^2} =$$

$$= \frac{x^2+1-x\cdot 2x}{(x^2+1)^2} = \frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Γ2. Στο σημείο $x_1 = -1$ ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f είναι:

$$f'(-1)=\frac{1-(-1)^2}{\left((-1)^2+1\right)^2}=\frac{1-1}{4}=\frac{0}{4}=0$$

Στο σημείο $x_2 = 1$ ο ρυθμός μεταβολής της συνάρτησης f είναι:

$$f'(1)=\frac{1-1^2}{\left(1^2+1\right)^2}=\frac{1-1}{4}=\frac{0}{4}=0$$

Γ3. Λύνουμε την εξίσωση

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow (1-x)(1+x)=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=-1$$

Από τον ακόλουθο πίνακα έχουμε την μονοτονία και τα ακρότατα της συνάρτησης

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
f'	$-$	0	$+$	0	$-$	
f	↘		↗		↘	
		T.min $f(-1)=0$		T.max $f(1)=1$		

Γ4. Επειδή οι αριθμοί 2015 και 2016 ανήκουν στο διάσημα $[1, +\infty)$ στο οποίο η f είναι γνησίως φθίνουσα έχουμε:

$$2015 < 2016 \Rightarrow f(2015) > f(2016)$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι: $\alpha=\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-6x+8}{x-4}=\lim\limits_{x\to 4}\frac{(x-2)(x-4)}{(x-4)}=\lim\limits_{x\to 4}(x-2)=4-2=2$.

Δ2. Για την τιμή α = 2 έχουμε: $f(x)=x^2+2x-3$

με $f'(x)=\left(x^2+2x-3\right)'=2x+2$.

Δ3. Για την τιμή $\alpha=2$ ο τύπος της f γράφεται: $f(x)=x^2+2x-3$, οπότε

$f(-2)=(-2)^2+2(-2)-3=4-4-3=-3$

επομένως το σημείο $\mathrm{M}\left(-2,f(-2)\right)$ είναι $\mathrm{M}\left(-2,-3\right)$.

Η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο $\mathrm{M}\left(-2,-3\right)$ είναι:

$y-f(-2)=f'(-2)(x+2)$

$y-(-3)=-2(x+2)$

$y+3=-2x-4$

$y=-2x-7$

Δ4. Είναι $\overline{y} = -2\overline{x} - 7$

όμως $\overline{x} = 2$

επομένως $\overline{y} = -2 \cdot 2 - 7 = -4 - 7 = -11$